

TÍTOL: AGULLA DE BUFFON

CLASSIFICACIÓ:	E PR	MD DAVM	4 ESO 1 BAT	L A / G / T30	CP	0
-----------------------	---------	------------	----------------	---------------	----	---

DESCRIPCIÓ DEL MATERIAL: Un paper gran d'embalar que col·locarem com una catifa sobre el terra de l'aula. Sobre el full hi haurà dibuixades un conjunt de rectes paral·leles i equiespaiades.

Un conjunt d'entre 600 i 800 pals de fusta de longitud igual a la distància entre dues rectes consecutives.

Calculadora.

IMATGE:

CONTINGUTS: El número π , freqüències absolutes i freqüències relatives, definició de la probabilitat a partir de les freqüències relatives.

PROPOSTA D'APLICACIÓ DIDÀCTICA: Es tracta d'una experiència que ens permetrà calcular una aproximació del número π a partir de la probabilitat.

Estendrem el full ratllat sobre el terra de l'aula i donarem a cada alumne/a 20 pals. La professora, el professor o algun/a alumne/a especialment curós/a s'asseuran a la taula amb paper, llapis i calculadora.

Cada alumne/a, situat a l'entorn del paper, anirà tirant els seus 20 pals d'un en un i comptarà quants d'ells toquen alguna de les línies. Un cop els hagi tirat tots informarà a la persona que estigui a la taula del nombre de pals que han tocat una ratlla entre els 20 que ha tirat. Aquesta persona en prendrà nota. Després recollirà 20 pals dels que hi hagi sobre la catifa de paper i tornarà a començar el procés.

Si el paper és prou gran tots els alumnes podran anar fent aquestes accions simultàniament.

La persona que recull totes les dades anirà sumant quants pals s'han tirat en total i quants d'ells han tocat una línia. Quan s'hagi tirat un nombre considerable de pals (com a mínim 1000) calcularà la freqüència relativa del succés “caure tocant una línia” i podrem considerar que el resultat és una aproximació (força imprecisa) de la probabilitat d'aquest succés.

Per mitjans que depassen molt l'educació secundària pot calcular-se que la probabilitat exacta que un d'aquests pals caigui tocant una línia és de $\frac{2}{\pi}$. Això ho haurem de dir d'entrada a l'alumnat.

Si després de fer T tirades n'obtenim C que toquen alguna línia resultarà que: $\frac{C}{T} \approx \frac{2}{\pi}$.

Aïllant π , obtindrem: $\pi \approx \frac{2T}{C}$.

Una bonica manera d'aproximar el valor de π .

Fàcilment podem arribar a obtenir un valor de 3. Ara bé, per obtenir una mica de precisió caldrà fer molts i molts llançaments!

S'adjunta el fragment de vídeo V23 que mostra una aplicació d'aquest recurs.

CONNEXIONS: Precisament la gràcia d'aquesta activitat consisteix a connectar el camp de l'aritmètica (número π), amb el camp de la geometria (rectes, posició dels pals) i el camp de la probabilitat (probabilitat que un pal toqui a una ratlla). Història de la ciència.

ALTRES COMENTARIS: Arraconarem les taules de l'aula per tal de poder posar el full gran de paper com una catifa sobre el terra. Convé que estigui ben pla i que no es mogui. Els pals de fusta han de ser prims (poc més amples que escuradents) com els que s'utilitzen per presentar alguns menjars. Si se'n compra un paquet gran poden tallar-se junts a la mida que ens convingui. Cal tenir en compte que l'aproximació que obtindrem del número π no és massa fina però que l'activitat resulta sorprenentment interessant pel fet que la deducció es fa des del camp de la probabilitat a partir d'una situació geomètrica. Tanmateix, com dèiem, no ens podem fer masses il·lusions sobre la precisió d'aquest mètode de càlcul de π : per obtenir una precisió de 10^{-3} amb un 95% de probabilitat ens caldrà fer 888.697 llançaments.

Aquest experiment fou ideat per Georges Louis Leclerc (1707- 1788), comte de Buffon, conegut naturalista autor d'una monumental Història Natural en 44 volums. De fet Buffon va demostrar un resultat més general: Si llancem a l'atzar una agulla de longitud l sobre una superfície ratllada amb línies paral·leles separades per una distància d ($l \leq d$), la probabilitat que caigui

tocant una línia és de: $\frac{2l}{\pi d}$. Per a demostrar aquest resultat cal emprar algunes eines avançades de probabilitat i de càlcul integral.

Si fem un nombre important de tirades T i n'obtenim C que toquen una ratlla resultarà que :

$$\frac{C}{T} \approx \frac{2l}{\pi d}.$$

D'aquí podem aïllar fàcilment una aproximació al valor de π .

En l'activitat que proposem als alumnes hem pres $l = d$.

Serà convenient fer aquesta pràctica després de fer la que hem anomenat "*Monedes de Buffon*" (F99) on no es requereix emprar cap resultat que resulti desconegut per a l'alumnat.

Les activitats "*Monedes de Buffon*" i "*Agulla de Buffon*" apareixen en un treball publicat al 1777 titulat "*Essai d'arithmétique morale*". Precisament aquest treball es considera el naixement d'una nova branca de les matemàtiques anomenada *Geometria Estocàstica* o *Geometria Integral* en la qual, durant la segona meitat del segle XX, han destacat les aportacions del professor Lluís Santaló, un gran matemàtic català.

A internet es poden trobar petits applets que simulen l'experiment de l'agulla de Buffon i que són un bon complement per aquesta activitat.