

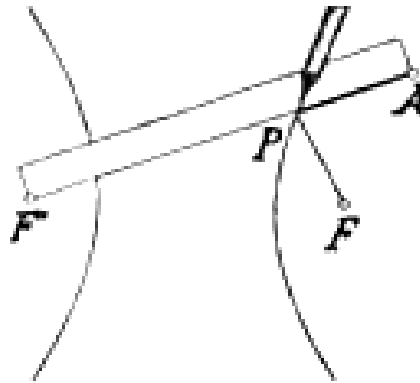
TÍTOL: CONSTRUCCIÓ D'UNA HIPÈRBOLA AMB REGLE I CORDILL

CLASSIFICACIÓ:

C	MD SCMD	1 BAT	A L / G / T10	OQ	0
---	------------	-------	---------------	----	---

DESCRIPCIÓ DEL MATERIAL: Ens cal una placa de fusta amb dos claus que sobresurtin situats en els punts F i F' (que seran els focus), un regle que, en un extrem, hi tingui un cargol rodó per encaixar en els claus dels focus i, a l'altre extrem, hi tingui unit un cordill una mica més curt que el regle i tal que, al final acabi amb una petita baga també per passar pels claus dels focus. Naturalment també ens cal un retolador i un paper DIN A3.

IMATGE¹:



CONTINGUTS: La hipèrbola, distància entre punts, llocs geomètrics.

PROPOSTA D'APLICACIÓ DIDÀCTICA: Encaixarem el cargol rodó d'un extrem del regle en un dels focus (en la imatge F') i la baga de l'extrem lliure del cordill la farem passar pel l'altre focus (a la imatge F). Amb la punta del retolador, tocant el regle, tibarem. Quan anem girant el regle (entorn de F') el retolador s'anirà desplaçant, sempre en contacte amb el regle i tibant el cordill al màxim. El conjunt de punts P que el retolador va descrivint formen una branca d'hipèrbola. Per traçar l'altra branca farem el mateix però articulant el cargol rodó del regle entorn del focus F i unint la baga de l'extrem del cordill al focus F' .

Un cop feta aquesta construcció convindrà demostrar que es tracta efectivament d'una hipèrbola a partir de la seva definició com el lloc geomètric dels punts tals que la diferència de distàncies als focus, en valor absolut, és constant. La demostració és tan simple com interessant:

És evident que la longitud del regle menys la longitud del cordill és constant. Però la longitud del regle és $AP+PF'$ i la longitud del cordill és $AP+PF$. Per tant podrem escriure que:

¹ Imatge extreta del llibre "Curso de Geometría Métrica" de P. Puig Adam, volum II, pàg. 215.

$$(AP+PF') - (AP+PF) = \text{constant}$$

Eliminant AP tindrem que $PF' - PF = \text{constant}$. Si es fes el mateix per a l'altra branca de la hipèrbola obtindríem la diferència al revés però la condició de valor absolut que hi ha en la definició d'hipèrbola fa que això ens resulti indiferent. Així doncs, qualsevol punt P obtingut en aquesta construcció és tal que la diferència (en valor absolut) de distàncies als focus és constant. Aquesta és precisament la condició que han de complir els punts d'una hipèrbola.

És interessant fer notar que la constant que defineix la hipèrbola és la diferència de les longituds del regle i del cordill que es pot visualitzar tibant el cordill sobre el regle i observant la part de regle no coberta pel cordill. Precisament aquesta part serà exactament la distància entre els vèrtexs de la hipèrbola com podem comprovar superposant-la en el dibuix. Observarem, emprant cordills amb diferents longituds, que podem anar variant l'excentricitat de la hipèrbola.

S'adjunta el fragment de vídeo V16 que mostra una aplicació d'aquest recurs.

CONNEXIONS: Educació visual i plàstica. Dispersió de Rutherford.

ALTRES COMENTARIS: Es tracta d'una construcció que sol agradar força a l'alumnat i que queda molt ben arrodonida fent la demostració posterior. És interessant comparar-la amb l'activitat que s'ha descrit en la fitxa titulada "*La hipèrbola al pati*" (F80). No s'observa cap risc especial en aquest recurs.